Suites et séries

- Rappels sur les relations de comparaison concernant les suites numériques, exemples de manipulation. Cas de composition par la fonction ln. Développements limités usuels. Equivalent du terme général d'une suite implicite ou récurrente. Théorème de Césaro.
- Séries à termes positifs : Sommes partielles, restes d'une série convergente, théorème de comparaison des séries à termes positifs, séries de Riemann.
- Comparaison série intégrale : Soit f est continue par morceaux, décroissante sur $\mathbb{R}^+$ alors $\sum f(n)$ est convergente si et seulement si la suite $\left(\int_0^n f(t)\mathrm{d}t\right)$ converge. Application à des déterminations d'équivalents de sommes partielles ou de restes.
- Séries de Bertrand.
- Théorème de sommation des relations de comparaison .
- Règle de D'Alembert .
- Séries à termes réels ou complexes : Notion de convergence absolue. La convergence absolue implique la convergence .

Théorème des séries alternées avec majoration et signe du reste .

Sommabilité (révisions de MPSI)

- Cas des familles de réels positifs. Tous les calculs se font dans $[0, +\infty]$.

Un calcul donnant un résultat réel assure la sommabilité.
Théorème de sommation par paquets, permutation des termes, théorème de Fubini positif.
- Généralisation à des familles de réels ou de complexes à condition de vérifier au préalable la sommabilité.

Aucune preuve n'est réellement exigée pour cette partie, mais il s'agit de s'attarder sur la manipulation de ces résultats en pratique.

Révision sur les polynômes

- Définition, degré, valuation, division euclidienne. Polynôme dérivé. Formule de Taylor.
- Racines et multiplicité. Caractérisation avec les dérivées successives.
- Relations coefficients racines d'un polynôme scindé.
- Polynômes d'interpolation de Lagrange.

Exercices de la banque CCINP et preuves à connaître

- Ex de la banque CCINP n° 5, 6, 46, 85, 87
- Comparaison série intégrale : si f est continue par morceaux, décroissante et positive sur $\mathbb{R}^+$ alors la suite u définie par $u_n = \displaystyle\int_0^n f(t)\mathrm{d}t$ est de même nature que la série $\sum f(n)$.
- La convergence absolue implique la convergence pour une séries de réels ou de complexes.
- Enoncé et preuve des séries de Bertrand.
- Énoncé et démonstrations des sommations des relations de comparaison pour les séries.
- Formule de Taylor pour les polynômes.

programme suivant : *Compléments sur les polynômes (idéaux de K[X], pgcd, ppcm, irréductibilité), révision d'algèbre linéaire.*