Probabilités

- Révision du programme précédent.
- Variance, écart-type d'une v.a. ayant un moment d'ordre 2. Expression $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ et $V(aX+b) = a^2V(X)$.
- Covariance d'un couple et expression $cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. La covariance est une forme bilinéaire symétrique positive sur L^2. Si deux variables sont indépendantes, leur covariance est nulle.
- Passage de la variance à la covariance et réciproquement : $V(X) = cov(X,X)$ et $cov(X,Y) = \frac{1}{2}\left(V(X+Y) - V(X) -\right.$
- Expression générale de $V(a_1X_1 + ... + a_nX_n)$ en fonction des $V(X_i)$ et des $cov(X_i, X_j)$.
- Calcul des variances des lois usuelles.
- Inégalité de Boole, de Markov, de Bienaymé-Tchebychev, de Cauchy-Schwarz et loi faible des grands nombres.
- Fonctions génératrices pour X à valeurs dans $\mathbb{N}$: $G_X(t) = E(t^X)$. Rayon de convergence, continuité en 1. G_X définit entièrement la loi de X.
- X admet une espérance (resp. variance) finie ssi G_X est dérivable en 1 (resp. deux fois dérivable en 1). Calcul de $G'_X(1)$ et $G''_X(1)$ sous ces conditions.
- Fonction génératrice des lois usuelles. Si X, Y deux v.a à valeurs dans $\mathbb{N}$ et indépendantes, alors $G_{X+Y} = G_XG_Y$. Généralisation à n v.a. Application à une nouvelle preuve du fait que si $X_1, ..., X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(1,p)$, indépendantes, alors $X_1 + ... + X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n,p)$.

À connaître

- Connaître et savoir retrouver espérance et variance des lois usuelles soit directement, soit avec les fonctions génératrices.
- X admet une espérance finie ssi G_X est dérivable en 1.
- Inégalité de Markov, de Bienaymé-Tchebychev et de Cauchy-Schwarz.
- Si X, Y deux v.a à valeurs dans $\mathbb{N}$ et indépendantes, alors $G_{X+Y} = G_XG_Y$.
- CCINP 96, 99, 110.

programme suivant : *Équations différentielles linéaires.*